

通讯资源受限网络系统的非均匀采样切换控制

王宏伟^{1,2}, 连捷², 夏浩²

(1. 新疆大学电气工程学院, 新疆乌鲁木齐 830046; 2. 大连理工大学控制科学与工程学院, 辽宁大连 116024)

摘要: 针对含有通道资源受限和量化器的网络控制系统难于控制的问题, 提出了基于切换原理的输出反馈控制器设计和动态调度方法. 考虑到介质访问约束的影响, 利用开关调度矩阵将通信受限的网络化控制系统, 转化为含有多个子系统的非均匀采样的切换系统. 利用 Lyapunov 稳定性理论推导出系统鲁棒镇定的充分条件, 设计了可以满足任意切换稳定的最优鲁棒控制器和最优动态调度器. 最后, 通过仿真实例验证了所提出方法的有效性.

关键词: 通信资源约束; 切换控制; 网络控制系统; 鲁棒控制; 非均匀采样

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)11-2597-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.11.005

Non-Uniformly Sampled Switched Control for Communication Resource Constrained Network Systems

WANG Hong-wei^{1,2}, LIAN Jie², XIA Hao²

(1. School of Electrical Engineering, Xinjiang University, Urumqi, Xinjiang 830036, China;

2. School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract: A network controller design and dynamic scheduling method based on switched principle is proposed for networked control systems with limited channel resource and quantizer. Considering the influence of medium access constraints, a communication constrained networked control system is transformed into a non-uniformly sampled switched system with multiple subsystems by using the switching scheduling matrix. By using Lyapunov stability theory to derive sufficient conditions for robust stabilization of the system, the design can meet the arbitrary switching stable robust controller and optimal dynamic scheduler. Finally, a simulation example is given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: communication resource constraints; switched systems; networked control systems; robust control; non-uniformly sampled

1 引言

网络控制系统(NCS)是一种全分布式、网络化实时反馈控制系统,是很多传感器、控制器、执行器和通信网络的集合,用共享通信网络提供设备之间的数据传输,从而实现多对象之间的资源共享和协调操作^[1,2].由于传输物理介质的限制,许多分布式网络控制系统一般均受到带宽资源限制,如水下声学网络^[3]、无线网络^[4]等.目前,针对通信资源约束的网络控制系统的分析和设计主要集中在两个方面:①将周期通信序列和混合逻辑动态构架结合,将网络控制系统转化为含有资源约束的控制和调度集成系统,进而利用线性矩阵不等式等工具对系统的稳定性进行分析^[5-8];②利用最优控

制理论把共享通信资源的调度和控制器设计结合起来协同一起设计网络控制系统^[9-11].

上述两类方法就其本质而言是一致的,都是通过综合考虑网络性能和控制性能来设计控制器的.工程实践表明,这两类方法都具有很好的可行性,但是仍存在不足之处:①第一类方法将网络系统建模成离散周期性时变系统,导致系统控制器的个数受到通信序列周期约束,对于一个复杂的网络控制系统,往往需要多个控制器周期性切换;②第二类方法是将网络控制系统转化为带约束的全局多目标联合优化问题,但是这些优化问题往往不仅是多目标的,而且含有非凸优化目标函数和非线性约束,因此这类方法往往采用离线

方式求解控制器,这就导致系统的控制器动态重构能力较差.

本文受文献[12]切换系统控制方法的启发,将通信序列^[13,14]的概念引入到采样序列中,针对一类通信资源受限和量化器的多输入、多输出网络控制系统为对象,其整体上可以看作是在同一框架周期下,输入信号刷新和输出信号呈现非同步的非均匀采样系统,在系统内含有不确定性下,提出了一种鲁棒控制器和动态调度协同设计方法.首先,利用开关调度矩阵将受限的网络控制系统,转化为含有多个子系统的非均匀采样的切换系统.在此基础上,利用 Lyapunov 稳定性理论推导出系统鲁棒镇定的充分条件,设计了可以满足任意切换的系统稳定的鲁棒控制器.最后,基于切换系统分析方法给出了闭环系统的动态通信序列,实现了网络化系统的鲁棒控制.

2 问题的提出

网络控制系统结构如图 1 所示,被控对象的状态空间方程为

$$S_c: \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A})\mathbf{x}(k) + (\mathbf{B} + \Delta\mathbf{B})\mathbf{u}(k) + \mathbf{D}\mathbf{w}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x} = [x_1 \cdots x_n]^\top \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{u} = [u_1 \cdots u_m]^\top \in \mathbf{R}^m$, $\mathbf{y} = [y_1 \cdots y_r]^\top \in \mathbf{R}^r$ 分别表示系统的状态、输入和输出; $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ 分别表示具有适当维数的已知常数矩阵,其中 \mathbf{C} 为行满秩矩阵; $\mathbf{w} \in \mathbf{R}^d$ 表示外界的未知扰动输入,且满足 $\sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{w}^\top(k)\mathbf{w}(k) < \infty$; $\Delta\mathbf{A}, \Delta\mathbf{B}$ 是反映系统参数不确定的未知矩阵,假设它们范数有界,其满足如下关系

$$[\Delta\mathbf{A} \quad \Delta\mathbf{B}] = \mathbf{H}\mathbf{F}(k)[\mathbf{E}_1 \quad \mathbf{E}_2] \quad (2)$$

其中, $\mathbf{F}(k) \in \mathbf{R}^{\alpha \times \beta}$ 并满足 $\mathbf{F}^\top(k)\mathbf{F}(k) \leq \mathbf{I}$ 的未知时变矩阵; $\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{n \times \alpha}$, $\mathbf{E}_1 \in \mathbf{R}^{\beta \times n}$ 和 $\mathbf{E}_2 \in \mathbf{R}^{\beta \times m}$ 分别是已知适当维数的常数矩阵.

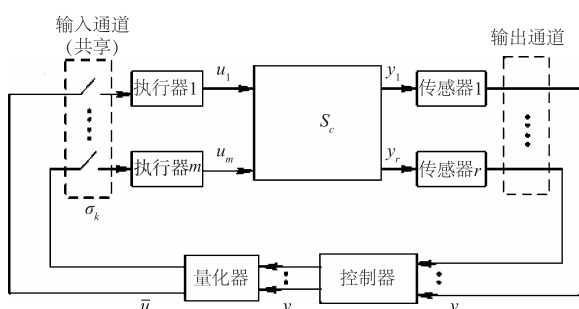


图1 具有通信资源受限和含有量化器的网络控制系统结构图

由于通信资源受限,在控制器与被控对象之间存在着信号量化和介质访问约束.输入端 m 个执行器共享 p 个输入信息通道 ($1 \leq p \leq m$),即 m 个执行器中有 p

个可同时与控制器进行信息联系.为了简化问题,假设系统输出是直接可测量的,传感器与控制器之间不存在任何通信约束.图 1 给出了网络控制系统结构图,其中 S_c 是被控对象,在实际系统中,对输出量进行采样更具一般性,因此本文采用输出反馈控制,即

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(k) &= \mathbf{K}(\mathbf{M}_p^{(s)})\mathbf{y}(k) \\ &= \mathbf{K}(\mathbf{M}_p^{(s)})\mathbf{C}\mathbf{x}(k) \\ &= \mathbf{K}(\mathbf{M}_\sigma^{(s)})\mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{K}(\mathbf{M}_p^{(s)})$ 为输出反馈矩阵. $\mathbf{K}(\mathbf{M}_p^{(s)})\mathbf{C} = \mathbf{K}(\mathbf{M}_\sigma^{(s)})$. 量化器 $f(\cdot)$ 为对数静态时不变型量化器.其对应的量化状态反馈为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}(k) &= f(\mathbf{v}(k)) \\ &= [f_1(v_1(k)) \quad f_2(v_2(k)) \quad \cdots \quad f_m(v_m(k))]^\top \end{aligned} \quad (4)$$

其中,对数量化器 $f_i(\cdot)$ 满足对称性,即 $f_i(-v_i) = -f_i(v_i)$, $i=1,2,\dots,m$. 相应的量化级集合^[15]为

$$U_i = \{ \pm u_l^{(i)}, u_l^{(i)} = \mu_l^i u_0^{(i)}, l = \pm 1, \pm 2, \dots \} \quad (5)$$

其中, $u_0^{(i)} > 0$; μ_l 是量化密度参数, $0 < \mu_l < 1$. 每一个量化级 $u_l^{(i)}$ 对应于一个片段,量化器将每个片段映射成 U_i 的一个元素.对数量化器 $f_i(\cdot)$ 的映射关系满足

$$f_i(v_i) = \begin{cases} u_l^{(i)}, & \text{if } (1/(1+\delta_i))u_l^{(i)} < v_i \\ & \leq (1/(1-\delta_i))u_l^{(i)}, v_i > 0 \\ 0, & \text{if } v_i = 0 \\ -f_i(-v_i), & \text{if } v_i < 0 \end{cases} \quad (6)$$

其中, $\delta_i = (1 - \mu_i)/(1 + \mu_i)$. 则量化器的量化误差为

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k) &= \bar{\mathbf{u}}(k) - \mathbf{v}(k) \\ &= f(\mathbf{K}(\mathbf{M}_\sigma^{(s)})\mathbf{x}(k)) - \mathbf{K}(\mathbf{M}_\sigma^{(s)})\mathbf{x}(k) \\ &= \mathbf{\Pi}(k)\mathbf{K}(\mathbf{M}_\sigma^{(s)})\mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{\Pi}(k) = \text{diag}\{\mathbf{\Pi}_1(k), \mathbf{\Pi}_2(k), \dots, \mathbf{\Pi}_m(k)\}$ 为量化误差矩阵.由式(6)可知, $\mathbf{\Pi}_i(k) \in [-\delta_i, \delta_i]$. 因此,式(7)可以重新描述为

$$\mathbf{\Pi}(k) = \sum_{w=1}^{N_1} \lambda_w(k)\mathbf{\Pi}^{(w)}, \lambda_w(k) \geq 0, \sum_{w=1}^{N_1} \lambda_w(k) = 1$$

其中, $N_1 = 2^m$; $\mathbf{\Pi}^{(w)}$ 是元素为 $-\delta_i$ 或 δ_i 的对角矩阵. N_1 个 $\mathbf{\Pi}^{(w)}$ 矩阵合并组成 $\mathbf{\Pi}(k)$. 量化后的控制信号 $\bar{\mathbf{u}}(k)$ 可表示为

$$\bar{\mathbf{u}}(k) = (\mathbf{I} + \mathbf{\Pi}(k))\mathbf{K}(\mathbf{M}_\sigma^{(s)})\mathbf{x}(k)$$

为了更好地说明网络通信介质访问约束,定义如下一个开关函数.

定义 1 开关函数 $\sigma_i(k): Q \mapsto \{0, 1\}$, $i=1, 2, \dots, m$. 用 $\sigma_i(k)$ 来表示 kT 时刻的执行器执行控制信息的状态. 即当 $\sigma_i(k) = 1$ 时,表示第 i 执行器获得访问权,获得第 kT 时刻的控制器信息,即 $u_i(k) = \bar{u}_i(k)$; 当 $\sigma_i(k) = 0$ 时,表示第 i 执行器没有获得访问权,执行器输入的

控制信息在第 kT 时刻没有更新,即 $u_i(k) = 0$.

在开关函数的基础上,建立执行器在第 kT 时刻的开关调度矩阵

$$\mathbf{M}_\sigma(k) = \text{diag}\{\sigma_1(k), \sigma_2(k), \dots, \sigma_m(k)\}$$

来表示. 由调度矩阵可知

$$\mathbf{M}_\sigma(k) \in \{\mathbf{M}_\sigma^{(s)}, s = 1, 2, \dots, N_2, N_2 = \mathbf{C}_m^p\}$$

其中, $\mathbf{M}_\sigma^{(s)}$ 为第 s 组执行器获得信道时的调度矩阵.

通过以上采样更新方案可以看出,由于输入通道资源的限制,使得输入信号和输出信号分别呈现非均匀刷新和均匀周期采样情况. 经过网络传输后,可得控制器为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k) &= \mathbf{M}_\sigma(k) \bar{\mathbf{u}}(k) \\ &= \mathbf{M}_\sigma(k) (\mathbf{I} + \mathbf{H}(k)) \mathbf{K}(\mathbf{M}_\sigma^{(s)}) \mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (8)$$

以 $\mathbf{v}(k)$ 作为被控对象的输入信号,可得闭环系统为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A})\mathbf{x}(k) + (\mathbf{B} + \Delta\mathbf{B})\mathbf{M}_\sigma(k) \\ &\quad \times \sum_{w=1}^{N_1} \lambda_w (\mathbf{I} + \mathbf{H}^{(w)}) \mathbf{K}(\mathbf{M}_\sigma^{(s)}) \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{w}(k) \end{aligned} \quad (9)$$

此时,系统(9)可以看作具有 N_2 个模态的多个子系统相互切换系统. 定义一个映射 $s(k): R \mapsto \{1, 2, \dots, N_2\}$, 于是可得

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_s \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{w}(k) \quad (10)$$

其中, $s(k)$ 为切换规则; \mathbf{A}_s 从集合 $\{\mathbf{A}_s: s = 1, 2, \dots, N_2\}$ 中取值,具体来讲其为

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_s &= (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}) + (\mathbf{B} + \Delta\mathbf{B})\mathbf{M}_\sigma(k) \\ &\quad \times \sum_{w=1}^{N_1} \lambda_w (\mathbf{I} + \mathbf{H}^{(w)}) \mathbf{K}(\mathbf{M}_\sigma^{(s)}) \end{aligned}$$

为了研究问题方便,定义有限集 $\Omega_1 = \{1, 2, \dots, N_1\}$, $\Omega_2 = \{1, 2, \dots, N_2\}$, 和一个子系统的激活二值函数 $\xi(k) = (\xi_1(k), \xi_2(k), \dots, \xi_{N_2}(k))$, 其中

$$\xi_s(k) = \begin{cases} 1, & \text{在 } kT \text{ 时刻第 } s \text{ 子系统工作} \\ 0, & \text{在 } kT \text{ 时刻其他子系统不工作} \end{cases}, s \in N_2 \quad (11)$$

由式(11)定义可知, $\sum_{s=1}^{N_2} \xi_s(k) = 1$, 也就是说,在任意 kT 时刻,只有一个子系统被激活. 此时,系统(9)又可以表示为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(\xi(k))\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{w}(k) \quad (12)$$

其中, $\mathbf{A}(\xi(k)) = \sum_{s=1}^{N_2} \xi_s(k) \mathbf{A}_s$.

3 系统稳定性分析及控制器设计

在分析系统稳定性问题之前,对一些变量进行简化. 用 $N, \mathbf{M}_s, \mathbf{K}_p, \mathbf{K}_s, \mathbf{G}_{sw}, \mathbf{F}_{sw}, \mathbf{P}_{sw}$ 来表示 $N_1 \times N_2, \mathbf{M}_\sigma^{(s)}, \mathbf{K}(\mathbf{M}_\sigma^{(s)}), \mathbf{K}(\mathbf{M}_\sigma^{(s)}), \mathbf{G}(\mathbf{M}_\sigma^{(s)}, \mathbf{H}^{(w)}), \mathbf{F}(\mathbf{M}_\sigma^{(s)}, \mathbf{H}^{(w)})$,

$\mathbf{P}(\mathbf{M}_\sigma^{(s)}, \mathbf{H}^{(w)})$ 的矩阵.

定义 2 对于闭环系统式(9),当外界扰动 $\mathbf{w}(k) = 0$ 时,如果存在调度矩阵 $\mathbf{M}_\sigma(k)$, 以及一个控制序列 $\mathbf{v}(k)$, 使得对于任意初值 x_0 , 当 $k \rightarrow \infty$ 时, 都有 $\mathbf{x}(k) = 0$, 则称系统式(9)是渐近稳定的.

下面考虑不存在外界扰动和存在外界扰动两种情况对系统(9)进行分析.

3.1 不考虑外界扰动的稳定性分析

定理 1 对于闭环系统(9), 以及输出反馈控制器(8), 当外界干扰 $\mathbf{w}(k) = 0$ 时, 若存在 N 个正定矩阵 $\mathbf{G}_{sw} \in \mathbf{R}^{n \times n}, \mathbf{F}_{sw} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 以及标量 $\varepsilon_s > 0$, 其中 $q, w \in \Omega_1, s, p \in \Omega_2$, 使得以下矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{sw} - \mathbf{G}_{sw} - \mathbf{G}_{sw}^T & \mathbf{A}_{12} & 0 & \mathbf{A}_{14} \\ * & -\mathbf{F}_{pq} & \varepsilon_s \mathbf{H} & 0 \\ * & * & -\varepsilon_s \mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_s \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

其中, $\mathbf{K}_s = \mathbf{K}_p \mathbf{C}, \mathbf{A}_{12} = \mathbf{G}_{sw}^T \mathbf{A}^T + \mathbf{G}_{sw}^T \mathbf{K}_s^T (\mathbf{I} + \mathbf{H}^{(w)})^T \mathbf{M}_s^T \mathbf{B}^T, \mathbf{A}_{14} = \mathbf{G}_{sw}^T \mathbf{E}_1^T + \mathbf{G}_{sw}^T \mathbf{K}_s^T (\mathbf{I} + \mathbf{H}^{(w)})^T \mathbf{M}_s^T \mathbf{E}_2^T$, 则系统(9)为渐近稳定的.

证明 选取一个 Lyapunov 函数为

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}(k)) = \mathbf{x}^T(k) \mathbf{P}(\xi(k)) \mathbf{x}(k) \quad (14)$$

其中, $\mathbf{P}(\xi(k)) = \sum_{w=1}^{N_1} \lambda_w(k) \sum_{s=1}^{N_2} \xi_s(k) \mathbf{P}_s, \mathbf{P}_s = \mathbf{F}_{sw}^{-1}$. 对于任意的 $\mathbf{x}(k) \neq 0, \mathbf{V}(k)$ 是正定的. 沿系统(9)的任意轨线, $\mathbf{V}(k)$ 的前向差分为

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{V} &= \mathbf{V}(\mathbf{x}(k+1)) - \mathbf{V}(\mathbf{x}(k)) \\ &= \mathbf{x}^T(k+1) \mathbf{P}(\xi(k+1)) \mathbf{x}(k+1) \\ &\quad - \mathbf{x}^T(k) \mathbf{P}(\xi(k)) \mathbf{x}(k) < 0 \end{aligned} \quad (15)$$

根据文献[16]的引理 5.4.1 可知, 式(13)等价于

$$\mathbf{Q} + \varepsilon_s \mathbf{L} \mathbf{L}^T + \varepsilon_s^{-1} \mathbf{E}^T \mathbf{R} \mathbf{E} < 0 \quad (16)$$

其中, $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{sw} - \mathbf{G}_{sw} - \mathbf{G}_{sw}^T & \mathbf{H}_{12} \\ * & -\mathbf{F}_{pq} \end{bmatrix}, \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{H} \end{bmatrix}, \mathbf{E} = [\mathbf{E}_1 \mathbf{G}_{sw} + \mathbf{E}_2 \mathbf{M}_s (\mathbf{I} + \mathbf{H}^{(w)}) \mathbf{K}_s \mathbf{G}_{sw} \quad 0], \mathbf{R} = \mathbf{I}$.

取 $\mathbf{S} = \mathbf{F}$, 显然, $\mathbf{S}^T \mathbf{S} \leq \mathbf{I}$. 由文献[16]的引理 5.4.1, 式(16)等价于

$$\mathbf{Q} + \mathbf{L} \mathbf{S} \mathbf{E} + \mathbf{E}^T \mathbf{S}^T \mathbf{E}^T < 0$$

将矩阵 $\mathbf{Q}, \mathbf{L}, \mathbf{S}, \mathbf{E}$ 代入上式, 可得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{sw} - \mathbf{G}_{sw} - \mathbf{G}_{sw}^T & \mathbf{G}_{sw}^T \bar{\mathbf{A}}_s^T \\ * & -\mathbf{F}_{pq} \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

其中, $\bar{\mathbf{A}}_s = (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}) + (\mathbf{B} + \Delta\mathbf{B})\mathbf{M}_s (\mathbf{I} + \mathbf{H}^{(w)}) \mathbf{K}_s$. 对于正定矩阵 \mathbf{F}_{sw} , 矩阵 \mathbf{G}_{sw} 在满足式(13)条件下, 则有

$$(\mathbf{G}_{sw} - \mathbf{F}_{sw})^T \mathbf{F}_{sw}^{-1} (\mathbf{G}_{sw} - \mathbf{F}_{sw}) \geq 0$$

即 $-\mathbf{G}_{sw}^T \mathbf{F}_{sw}^{-1} \mathbf{G}_{sw} \leq \mathbf{F}_{sw} - \mathbf{G}_{sw}^T - \mathbf{G}_{sw}$ (18)

将式(18)代入到式(17)中, 可得

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{G}_{sw}^T \mathbf{F}_{sw}^{-1} \mathbf{G}_{sw} & \mathbf{G}_{sw}^T \bar{\mathbf{A}}_s^T \\ * & -\mathbf{F}_{pq} \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

显然,式(19)等价于

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_{sw}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{F}_{pq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{F}_{sw}^{-1} \bar{\mathbf{A}}_s^T \mathbf{F}_{pq}^{-1} \\ * & -\mathbf{F}_{pq}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{sw} & 0 \\ 0 & \mathbf{F}_{pq} \end{bmatrix} < 0$$

令 $\mathbf{P}_{sw} = \mathbf{F}_{sw}^{-1}$, $\mathbf{P}_{pq} = \mathbf{F}_{pq}^{-1}$, 可得

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_{sw} & \bar{\mathbf{A}}_s^T \mathbf{P}_{pq} \\ * & -\mathbf{P}_{pq} \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

在 $(k+1)T$ 时刻,可知式(20)对任意 $q \in \Omega_1$, $p \in \Omega_2$ 都成立. 当 $q=1, 2, \dots, N_1$ 时,给这组不等式两边同乘以 $\lambda_q(k+1)$; 当 $p=1, 2, \dots, N_2$ 时,给这组不等式两边同乘以 $\xi_p(k+1)$. 考虑到 $\sum_{q=1}^{N_1} \lambda_q(k+1) = 1$ 和 $\sum_{p=1}^{N_2} \xi_p(k+1) = 1$, 将这些不等式求和,可得

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_{sw} & \bar{\mathbf{A}}_s^T \mathbf{P}(\xi(k+1)) \\ * & -\mathbf{P}(\xi(k+1)) \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

其中, $\mathbf{P}(\xi(k+1)) = \sum_{q=1}^{N_1} \lambda_q(k+1) \sum_{p=1}^{N_2} \xi_p \mathbf{P}_{pq}$. 当 $w=1, 2, \dots, N_1$ 时,给这组不等式两边同乘以 $\lambda_w(k)$; 当 $s=1, 2, \dots, N_2$ 时,给这组不等式两边同乘以 $\xi_s(k)$. 将这些不等式求和,可得

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}(\xi(k)) & \mathbf{A}^T(\xi(k)) \mathbf{P}(\xi(k+1)) \\ * & -\mathbf{P}(\xi(k+1)) \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

对式(22)应用文献[16]的引理 5.4.1,可得

$$\mathbf{A}^T(\xi(k)) \mathbf{P}(\xi(k+1)) \mathbf{A}(\xi(k)) - \mathbf{P}(\xi(k)) < 0 \quad (23)$$

显然,式(23)保证了式(13)成立,证明完毕.

在稳定性分析的基础上,给出闭环系统式(9)控制器的设计方法.

定理 2 对于系统(9)和输出反馈控制器(8),若存在 N 个正定矩阵 $\mathbf{F}_{sw} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, N_2 个矩阵 $\mathbf{G}_s \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{V}_s \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 以及标量 $\varepsilon_s > 0$, 其中 $q, w \in \Omega_1$, $s, p \in \Omega_2$, 使得以下矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{sw} - \mathbf{G}_s - \mathbf{G}_s^T & \bar{\mathbf{A}}_{12} & 0 & \bar{\mathbf{A}}_{14} \\ * & -\mathbf{F}_{pq} & \varepsilon_s \mathbf{H} & 0 \\ * & * & -\varepsilon_s \mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_s \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

其中, $\mathbf{K}_s = \mathbf{K}_p \mathbf{C}$, $\bar{\mathbf{A}}_{12} = \mathbf{G}_{sw}^T \mathbf{A}^T + \mathbf{V}_s^T (\mathbf{I} + \mathbf{H}^{(w)})^T \mathbf{M}_s^T \mathbf{B}^T$, $\bar{\mathbf{A}}_{14} = \mathbf{G}_{sw}^T \mathbf{E}_1^T + \mathbf{V}_s^T (\mathbf{I} + \mathbf{H}^{(w)})^T \mathbf{M}_s^T \mathbf{E}_2^T$, 并且增益矩阵和输出反馈增益矩阵分别为

$$\mathbf{K}_s = \mathbf{V}_s \mathbf{G}_s^{-1}, \mathbf{K}_p = [\mathbf{C} \mathbf{C}^T]^{-1} \mathbf{K}_s \mathbf{C}^T \quad (25)$$

则系统(9)渐近稳定.

证明 令式(13)中的 $\mathbf{G}_{sw} = \mathbf{G}_s$. 可以看到,矩阵变量 \mathbf{G}_s 和 \mathbf{K}_s 以非线性的形式出现. 采用变量替代法消去

非线性项,令 $\mathbf{V}_s = \mathbf{K}_s \mathbf{G}_s$, 即可从式(13)得到式(24),利用式(3)就可以得到式(25)的关系. 由定理 1 可知定理 2 成立.

3.2 考虑外界扰动的情况

当系统存在未知扰动时,设闭环系统(9)的扰动抑制制度为 γ , 则可以根据下面定理来设计控制器.

定理 3 对于系统(9),给定的标量 $\gamma > 0$,若存在 N 个正定对称矩阵 $\mathbf{F}_{sw} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和矩阵 $\mathbf{G}_{sw} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 以及标量 $\varepsilon_s > 0$, 其中 $q, w \in \Omega_1$, $s, p \in \Omega_2$, 使得以下矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{sw} - \mathbf{G}_{sw} - \mathbf{G}_{sw}^T & 0 & \tilde{\mathbf{A}}_{13} & \mathbf{G}_{sw}^T \mathbf{C}^T & 0 & \tilde{\mathbf{A}}_{16} \\ * & -\gamma \mathbf{I} & \mathbf{D}^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\mathbf{F}_{pq} & 0 & \varepsilon_s \mathbf{H} & 0 \\ * & * & * & -\gamma \mathbf{I} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_s \mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon_s \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (26)$$

其中, $\mathbf{K}_s = \mathbf{K}_p \mathbf{C}$, $\tilde{\mathbf{A}}_{13} = \mathbf{G}_{sw}^T \mathbf{A}^T + \mathbf{G}_{sw}^T \mathbf{K}_s^T (\mathbf{I} + \mathbf{H}^{(w)})^T \mathbf{M}_s^T \mathbf{B}^T$,

$\tilde{\mathbf{A}}_{16} = \mathbf{G}_{sw}^T \mathbf{E}_1^T + \mathbf{G}_{sw}^T \mathbf{K}_s^T (\mathbf{I} + \mathbf{H}^{(w)})^T \mathbf{M}_s^T \mathbf{E}_2^T$,

则对于含有外界扰动的系统(9),其为扰动抑制制度为 γ 的 \mathbf{H}_∞ 鲁棒稳定.

证明 定义 Lyapunov 函数为

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}(k)) = \mathbf{x}^T(k) \mathbf{P}(\xi(k)) \mathbf{x}(k) \quad (27)$$

其中, $\mathbf{P}(\xi(k)) = \sum_{w=1}^{N_1} \lambda_w(k) \sum_{s=1}^{N_2} \xi_s(k) \mathbf{P}_{sw}$, $\mathbf{P}_{sw} = \mathbf{F}_{sw}^{-1}$.

如果要求系统式(9)具有 γ 性能的 \mathbf{H}_∞ 鲁棒稳定,需满足

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{V} &= \mathbf{V}(\mathbf{x}(k+1)) - \mathbf{V}(\mathbf{x}(k)) + \gamma^{-1} \|\mathbf{y}(k)\|^2 \\ &\quad - \gamma \|\mathbf{w}(k)\|^2 \\ &= \mathbf{x}^T(k+1) \mathbf{P}(\xi(k+1)) \mathbf{x}(k+1) \\ &\quad - \mathbf{x}^T(k) \mathbf{P}(\xi(k)) \mathbf{x}(k) \\ &\quad + \gamma^{-1} \|\mathbf{y}(k)\|^2 - \gamma \|\mathbf{w}(k)\|^2 < 0 \end{aligned} \quad (28)$$

将式(12)代入到式(28),可得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{w}(k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_{11} & \hat{\mathbf{A}}_{12} \\ * & \hat{\mathbf{A}}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{w}(k) \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

其中, $\hat{\mathbf{A}}_{11} = \mathbf{A}^T(\xi(k)) \mathbf{P}(\xi(k+1)) \mathbf{A}(\xi(k)) - \mathbf{P}(\xi(k)) + \gamma^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{C}$, $\hat{\mathbf{A}}_{12} = \mathbf{A}^T(\xi(k)) \mathbf{P}(\xi(k+1)) \mathbf{D}$, $\hat{\mathbf{A}}_{22} = \mathbf{D}^T \mathbf{P}(\xi(k+1)) \mathbf{D} - \gamma \mathbf{I}$.

显然,式(29)等价于

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_{11} & \hat{\mathbf{A}}_{12} \\ * & \hat{\mathbf{A}}_{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (30)$$

对式(30)应用文献[16]的引理 2.1.2,可得

$$\begin{bmatrix} -P(\xi(k)) & 0 & A^T(\xi(k))P(\xi(k+1)) & C^T \\ * & -\gamma I & D^T P(\xi(k+1)) & 0 \\ * & * & -P(\xi(k+1)) & 0 \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (31)$$

应用文献[16]的引理 5.4.1,式(26)可以等价

$$Q + \varepsilon_s L L^T + \varepsilon_s^{-1} E^T R E < 0 \quad (32)$$

$$\text{其中, } Q = \begin{bmatrix} F_{sw} - G_{sw} - G_{sw}^T & 0 & \tilde{A}_{13} & G_{sw}^T C^T \\ * & -\gamma I & D^T & 0 \\ * & * & -F_{pq} & 0 \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H \\ 0 \end{bmatrix}, E = [E_1 G_{sw} + E_2 M_s (I + \Pi^{(w)}) K_s G_{sw} \quad 0 \quad 0 \quad 0],$$

$$R = I.$$

对式(32)应用文献[16]的引理 5.4.1,整理后可得

$$\begin{bmatrix} F_{sw} - G_{sw} - G_{sw}^T & 0 & G_{sw}^T \tilde{A}_s^T & G_{sw}^T C^T \\ * & -\gamma I & D^T & 0 \\ * & * & -F_{pq} & 0 \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (33)$$

对式(33)两边同乘以 $\text{diag}\{I, \gamma^{-1}I, I, \gamma^{-1}I\}$,可得

$$\begin{bmatrix} F_{sw} - G_{sw} - G_{sw}^T & 0 & G_{sw}^T \tilde{A}_s^T & \gamma^{-1} G_{sw}^T C^T \\ * & -\gamma^{-1}I & \gamma^{-1} D^T & 0 \\ * & * & -F_{pq} & 0 \\ * & * & * & -\gamma^{-1}I \end{bmatrix} < 0 \quad (34)$$

对于正定矩阵 F_{sw}, G_{sw} 满足式(26),则有

$$-G_{sw}^T F_{sw}^{-1} G_{sw} \leq F_{sw} - G_{sw}^T - G_{sw}$$

将上式代入式(34),可得

$$\begin{bmatrix} -G_{sw}^T F_{sw}^{-1} G_{sw} & 0 & G_{sw}^T \tilde{A}_s^T & \gamma^{-1} G_{sw}^T C^T \\ * & -\gamma^{-1}I & \gamma^{-1} D^T & 0 \\ * & * & -F_{pq} & 0 \\ * & * & * & -\gamma^{-1}I \end{bmatrix} < 0 \quad (35)$$

显然,式(35)等于

$$\begin{bmatrix} G_{sw}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma^{-1}I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{pq} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma^{-1}I \\ -F_{sw}^{-1} & 0 & \tilde{A}_s^T F_{pq}^{-1} & C^T \\ * & -\gamma I & D^T F_{pq}^{-1} & 0 \\ * & * & -F_{pq}^{-1} & 0 \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_{sw} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma^{-1}I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{pq} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma^{-1}I \end{bmatrix} < 0 \quad (36)$$

令 $P_{sw} = F_{sw}^{-1}, P_{pq} = F_{pq}^{-1}$,可得

$$\begin{bmatrix} -P_{sw} & 0 & \tilde{A}_s^T P_{pq} & C^T \\ * & -\gamma I & D^T P_{pq} & 0 \\ * & * & -P_{pq} & 0 \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0$$

采用与式(21)(22)类似的步骤可得式(31),证明完毕.

定理 4 对于闭环系统式(9),给定的标量 $\gamma > 0$,若存在 N 个正定对称矩阵 $F_{sw} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, N_2 个矩阵 $G_s \in \mathbf{R}^{n \times n}, V_s \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 以及标量 $\varepsilon_s > 0$,其中 $q, w \in \Omega_1, s, p \in \Omega_2$,使得以下矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} F_{sw} - G_s - G_s^T & 0 & \tilde{A}_{13} & G_s^T C^T & 0 & \tilde{A}_{16} \\ * & -\gamma I & D^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -F_{pq} & 0 & \varepsilon_s H & 0 \\ * & * & * & -\gamma I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_s I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon_s I \end{bmatrix} < 0 \quad (37)$$

其中, $K_s = K_p C$, $\tilde{A}_{13} = G_s^T A^T + V_s^T (I + \Pi^{(w)})^T M_s^T B^T$, $\tilde{A}_{16} = G_s^T E_1^T + V_s^T (I + \Pi^{(w)})^T M_s^T E_2^T$,增益矩阵和输出反馈增益矩阵分别为

$$K_s = V_s G_s^{-1}, K(M_p^{(s)}) = (C C^T)^{-1} K_s C^T \quad (38)$$

则系统(9)渐近稳定.

证明 考虑不等式(24),当 $w \in \Omega_1$,令 $G_{sw} = G_s, V_s = K_s G_s$,即可从式(26)得到式(37),利用式(3)就可以得到式(38)的关系.由定理 3 可知定理 4 成立.

3.3 动态调度策略设计

根据前面的讨论,由 H_∞ 鲁棒控制器的设计过程可知,切换系统(9)能够满足任意切换稳定.因此,对于任意时刻 kT ,根据文献[12]提出的控制策略,确定下一次切换所使用的通信序列,即

$$s(k) = \arg \min_{s \in \{1, 2, \dots, N_s\}} \|x^T(k) A_s(k) x(k)\| \quad (39)$$

这样,切换规则(39)可以根据系统状态动态地确定通信调度矩阵,在控制中的每一步都保证了系统状态获得最快的收敛速度,实现系统状态在最短时间内到达平衡点,系统从而获得最优性能.

4 仿真实例

考虑含有不确定性的离散网络控制系统^[7],系统

中各参数为

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -0.562 & -0.242 \\ 0.408 & -0.332 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1.221 & 3.114 \\ 0.787 & -1.701 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 0.341 & 0 \\ 0 & 0.753 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1.621 & 0 \\ 0 & 0.964 \end{bmatrix}, \\ E_1 &= \begin{bmatrix} 1.000 & 0 \\ 0 & 1.000 \end{bmatrix}, \quad E_2 = \begin{bmatrix} 1.000 & 0 \\ 0 & 1.000 \end{bmatrix}, \\ F(k) &= \begin{bmatrix} \sin(0.5k) & 0 \\ 0 & \cos(0.5k) \end{bmatrix}, \quad E_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

选择对量化器式(6)的量化参数 $u_0^{(1)} = u_0^{(2)} = 10$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.667$, 则有 $\delta_1 = \delta_2 = 0.2$. 仿真实例研究中, 忽略了 NCS 中数据丢包、数据乱序、网络时延等因素. 假设在任意 k 时刻, 执行器和执行器之间只有一个通道信息, 相应的开关调度矩阵为

$$M_\sigma^{(1)} = \text{diag}\{1, 0\}, \quad M_\sigma^{(2)} = \text{diag}\{0, 1\}$$

选择系统得初始状态 $\mathbf{x}(0) = [2 \ -2]^T$, 利用定理 4 可求得增益矩阵为

$$K_1 = \begin{bmatrix} -1.535 & 0.353 \\ -0.008 & 0.002 \end{bmatrix}, \quad K_2 = \begin{bmatrix} 0.153 & 0.589 \\ 0.541 & -0.084 \end{bmatrix},$$

输出反馈增益矩阵为

$$k_{p1} = \begin{bmatrix} -4.740 & 2.532 \\ -0.005 & 0.003 \end{bmatrix}, \quad k_{p2} = \begin{bmatrix} 0.472 & 4.228 \\ 0.309 & -0.111 \end{bmatrix}$$

在以上控制器的作用下, 闭环系统(9)的控制器与执行器之间的信息更新序列和状态动态轨迹分别如图 2 和图 3 所示. 在图 2 中, 纵坐标 1 和 2 分别为输入信号 u_1 和 u_2 与执行器之间的信息的编号. 在控制器的控制下, 图 3 给出了闭环系统控制的结果, 显然系统的各状态变量轨迹是渐近稳定的.

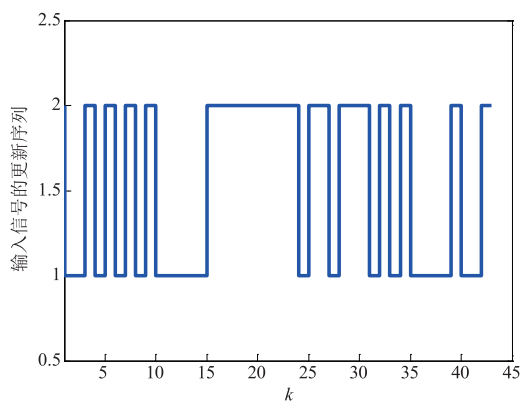


图2 输入信号与执行器更新序列

在系统存在外界干扰时, 此时外界干扰信号为

$$w(k) = \begin{cases} \sin(0.25 \times (k - 10)), & 12 \leq k \leq 35 \\ 0, & 0 \leq k < 12, 35 < k \leq 44 \end{cases}$$

利用定理 4, 通过求解矩阵不等式可得最优扰动抑制度 $\gamma_{\min} = 1.0321$, 增益矩阵为

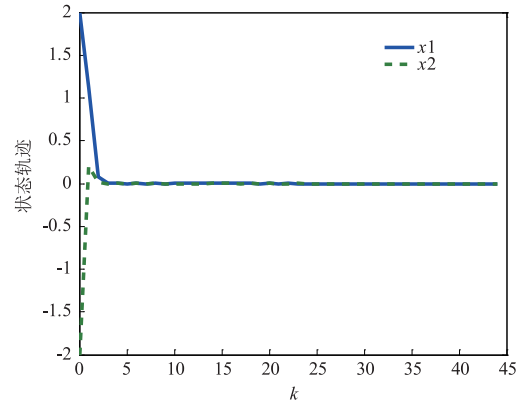


图3 闭环系统的状态轨迹

$$K_1 = \begin{bmatrix} -1.035 & -0.237 \\ -0.413 & 0.015 \end{bmatrix}, \quad K_2 = \begin{bmatrix} -0.101 & 0.201 \\ 0.368 & 0.087 \end{bmatrix}$$

输出反馈增益矩阵为

$$k_{p1} = \begin{bmatrix} -3.197 & -1.701 \\ -0.236 & 0.020 \end{bmatrix}, \quad k_{p2} = \begin{bmatrix} -0.312 & 1.444 \\ 0.2101 & 0.115 \end{bmatrix}$$

此时, 系统的状态变量运动轨迹为图 4 所示, 可以看出系统在外界有扰动的情况下, 系统的状态轨迹仍然是渐近稳定的.

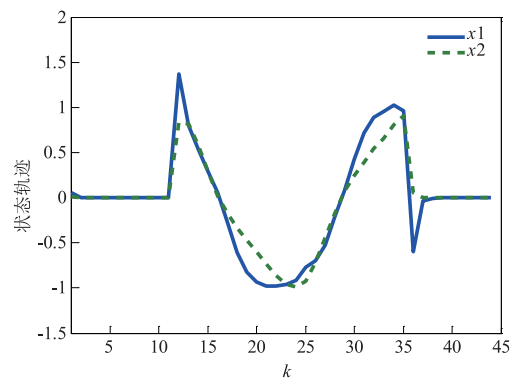


图4 外界有扰动下的系统状态变量运动轨迹

5 结论

在具有输入通道资源约束、参数不确定性和量化器的情况下, 讨论了网络控制系统的最优 H_∞ 控制器和动态调度的联合设计问题. 主要创新表现在: ①将含有输入通信通道资源约束问题, 转化为若干个子系统的非均采样的切换问题; ②在切换原理的思想下, 借助于开关调度矩阵, 通过鲁棒控制理论对含有资源约束的网络系统进行了控制研究. 对于含有网络时延、数据丢包, 通信资源约束的网络控制系统的控制, 是我们未来研究的方向.

参考文献

- [1] 芮方智, 江汉红, 侯重远. 网络控制系统研究与展望 [J].

- 信息与控制,2012,41(1):83-88.
- RUI Fang-zhi,JIANG Han-hong,HOU Chong-yuan. Survey and prospect of networked control system[J]. Information and Control,2012,41(1):83-88. (in Chinese)
- [2] 陈惠英,李祖欣,王培良. 变采样网络控制系统的最优保性能控制[J]. 信息与控制,2011,40(5):646-651.
- CHEN Hui-ying, LI Zu-xin, WANG Pei-liang. Optimal guaranteed cost control of NCS with time-varying sampling [J]. Information and Control,2011,40(5):646-651. (in Chinese)
- [3] Akyildiz I F, Pompili D, Melodia T. Underwater acoustic sensor networks; Research challenges [J]. Ad Hoc Networks,2005,3(3):257-279.
- [4] Liu X, Goldsmith A. Wireless medium access control in networked control systems [A]. Proceedings of the 2004 American Control Conference [C]. Piscataway, NJ, USA: IEEE,2004. 3605-3610.
- [5] Zhang L, Hristu D. Communication and control co-design for networked control systems [J]. Automatica, 2006, 42(6):953-958.
- [6] 宋洪波,俞立,张文安. 存在通信约束和时延的多输入多输出网络控制系统镇定研究[J]. 信息与控制,2007,36(3):334-339.
- SONG Hong-bo, YU L, ZHANG Wen-an. Stabilization of MIMO networked control systems with communication constraints and delays [J]. Information and Control, 2007, 36(3):334-339. (in Chinese)
- [7] 窦立谦,宗群,孙连坤,等. 具有通信序列的网络控制系统 LQG 控制器设计[J]. 控制工程,2011,18(3):448-452.
- DOU Li-qian, ZONG Q, SUN Lian-kun, et al. LQG controller design for networked control systems with communication sequences [J]. Control Engineering of China, 2011, 18(3):448-454. (in Chinese)
- [8] 李祖欣,王万良,成新民. 资源约束系统的信息调度及其渐近稳定性[J]. 信息与控制,2008,37(5):593-598.
- LI Zu-xin, WANG Wan-liang, CHENG Xin-min. Message scheduling and asymptotic stability of system with resource constraints [J]. Information and Control, 2008, 37(5):593-598. (in Chinese)
- [9] Hristu D. Feedback control systems as users of a shared network; Communication sequences that guarantee stability [A]. Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control [C]. USA: IEEE, 2001. 3631-3636.
- [10] Walsh G C, Ye H, Bushnell L G. Stability analysis of networked control systems [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 10(3):438-446.
- [11] Walsh G C, Moyne J, Tilbury D. Using deadbands to reduce communication in networked control systems [A]. Proceedings of the American Control Conference [C]. USA: IEEE, 2002. 615-619.
- [12] Jamal D, Pierre R, Claude I. Stability analysis and control synthesis for switched systems; A switched Lyapunov function approach [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(11):1883-1887.
- [13] Brockett R. Stabilization of motor networks [A]. Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control [C]. USA: IEEE, 1995. 1484-1488.
- [14] 郭戈,卢自宝. 网络化控制系统的新进展 [M]. 北京: 科学出版社, 2015.
- GUO Ge, LU Zi-bao. Progress of Networked Control System [M]. Beijing: Science Press, 2015. (in Chinese)
- [15] 俞立,张文安. 网络化控制系统分析与设计—切换系统处理方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2012. 59-64.
- YU Li, ZHANG Wen-an. Analysis and Design of Networked Control System-Switching System Processing Method [M]. Beijing: Science Press, 2012. 59-64. (in Chinese)
- [16] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- YU L. Robust Control-LMI Approach [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002. (in Chinese)

作者简介



王宏伟 男,1969年3月出生,吉林长春人.工学博士,副教授.1999年毕业于哈尔滨工业大学自动控制系.现在大连理工大学控制科学与工程学院工作.已发表SCI/EI等检索论文110篇,发明专利2项.主持和参与国家及地方项目5项.研究方向为网络控制系统、多采样率系统控制、切换系统控制.

E-mail:wanghw@dlut.edu.cn



连捷 女,1980年9月出生,吉林白城人.工学博士,教授.2009年毕业于东北大学控制科学与工程系.现在大连理工大学控制科学与工程学院工作.已发表SCI/EI等检索论文30篇.主持和参与国家及地方项目5项.研究方向为网络控制系统、时滞系统控制、切换系统控制.

E-mail:jielian@dlut.edu.cn



夏浩 男,1971年10月出生,黑龙江哈尔滨人.工学博士,教授.2000年毕业于University of Birmingham.现在大连理工大学控制科学与工程学院工作.已发表SCI/EI等检索论文32篇.主持和参与国家及地方项目5项.研究方向为项目调度、生产运作管理、混杂系统控制等.

E-mail:hao.x.xia@dlut.edu.cn